Fonctions de R dans R

1. Ensembles, intervalles, inéquations

Voici quelques notations ensemblistes :

R = ensemble des nombres réels
Q = ensemble des nombres rationnels
Z = ensemble des entiers relatifs
N = ensemble des entiers naturels
Ø = ensemble vide

$x \in A$	x appartient à l'ensemble A x est un élément de l'ensemble A
$x \notin A$	x n'appartient pas à l'ensemble A x n'est pas un élément de l'ensemble A
$A \subset B$	A inclus dans B A est un sous-ensemble de B
$A \not\subset B$	A non inclus dans B A n'est pas un sous-ensemble de B

{ $x \in A$ | condition sur x} = ensemble des éléments de A, vérifiant la condition donnée

$A \cup B$	A union B ensemble des éléments appartenant à l'ensemble A ou à l'ensemble B
$A \cap B$	A intersection B ensemble des éléments communs aux deux ensembles A et B
$A \setminus B$	A sauf B ensemble des éléments de A qui n'appartiennent pas à B

<u>Exemples 1.1</u>

$2.35 \in R$ $2.35 \in Q$ $2.35 \notin Z$ $Q \subset R$ $Q \not\subset Z$
{ $x \in R$ | $x^2 = 49$ } = {− 7 ; 7}
{ $x \in N$ | $x < 5$ } = {1 ; 2 ; 3 ; 4}

{1 ; 3 ; 7 ; 8} U {2 ; 3 ; 8 ; 10 ; 11} = {1 ; 2 ; 3 ; 7 ; 8 ; 10 ; 11}
{1 ; 3 ; 7 ; 8} ∩ {2 ; 3 ; 8 ; 10 ; 11} = {3 ; 8}
{1 ; 3 ; 7 ; 8} \ {2 ; 3 ; 8 ; 10 ; 11} = {1 ; 7}
{2 ; 3} ∩ {4 ; 5 ; 6} = Ø
R \ R = Ø
R \ Ø = R

*

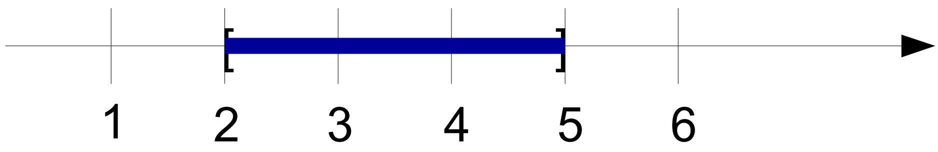
Signes d'inégalités :

a > b	a plus grand que b
a ≥ b	a plus grand ou égal à b
a < b	a plus petit que b
a ≤ b	a plus petit ou égal à b

Exemple 1.2

Intervalle fermé

I = [2 ; 5] = { $x \in R$ | 2 ≤ x ≤ 5}



Cet intervalle est formé de tous les nombres réels compris entre 2 et 5.

$2 \in I$ $2.001 \in I$ $\pi \in I$ $4.368 \in I$ $5 \in I$
$1.99 \notin I$ $7 \notin I$

*

Voici les 10 catégories d'intervalles réels (avec a ≤ b) :

1. Ø
2. R
3. [a ; b] = { $x \in R$ | a ≤ x ≤ b} (intervalle fermé)
4.]a ; b[= { $x \in R$ | a < x < b} (intervalle ouvert)
5. [a ; b[= { $x \in R$ | a ≤ x < b}
6.]a ; b] = { $x \in R$ | a < x ≤ b}
7. [a ; +∞[= { $x \in R$ | a ≤ x}
8.]a ; +∞[= { $x \in R$ | a < x}
9.]−∞ ; a] = { $x \in R$ | x ≤ a}
10.]−∞ ; a[= { $x \in R$ | x < a}

Théorème : toute intersection d'intervalles est un intervalle

Exemples 1.3

I = [−2 ; 5[

$-2 \in I$ $0 \in I$ $1.57 \in I$ $\sqrt{2} \in I$ $4.999 \in I$

$5 \notin I$ $-2.01 \notin I$

J =]1 ; +∞[

$-3 \notin J$ $0 \notin J$ $1 \notin J$ $1+10^{-100} \in J$ $10^{1000} \in J$

[−3 ; 7.2] ∩]−2.4 ; 9] =]−2.4 ; 7.2]
]−∞ ; 5[∩ [−10 ; +∞[= [−10 ; 5[
]−∞ ; 3] ∩]−∞ ; −2[=]−∞ ; −2[

Exercice 1

Donner le résultat sous forme d'intervalle.

a) [−4 ; 8[∩ [6 ; +∞[=

b)]2 ; 19[∩]18.999 ; 20] =

c)]−∞ ; 7] ∩]−7 ; +∞[=

d)]1 ; 2] ∩ [2 ; 3] =

e) [−88 ; −24] ∩ [−23 ; 10] =

f)]−∞ ; 0[∩]0 ; 5[=

g) [−9 ; 10] ∩]−9 ; 11] =

h) [−5 ; 10] ∩]−5 ; 3] =

*

Une <u>inéquation du 1er degré</u> se résout comme une équation du 1er degré, à la différence qu'une multiplication ou une division par un nombre négatif change le sens de l'inégalité.

La solution d'une inéquation sera donnée sous forme d'intervalle.

<u>Exemples 1.4</u>

1.4.1

$$2x+1\leqslant 0$$
$$2x\leqslant -1$$
$$x\leqslant -\frac{1}{2}$$
$$x\in\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]$$

1.4.2

$$-4-3x>0$$
$$-3x>4$$
$$x<-\frac{4}{3}$$
$$x\in\left]-\infty;-\frac{4}{3}\right[$$

1.4.3

$$2x+5<3x+12$$
$$2x-3x<12-5$$
$$-x<7$$
$$x>-7$$
$$x\in]-7;+\infty[$$

1.4.4 système d'inéquations

$4x-1\geqslant 0$	et	$-2x+5>0$
$4x\geqslant 1$	et	$-2x>-5$
$x\geqslant\frac{1}{4}$	et	$x<\frac{-5}{-2}$
$x\geqslant 0.25$	et	$x<2.5$

$$x\in[0.25;+\infty[\cap]-\infty;2.5[=[0.25;2.5[$$

<u>Exercice 2</u>

Résoudre chaque inéquation ou chaque système d'inéquations, et donner le résultat sous forme d'intervalle.

a) $5x+7<3$

b) $-2x-9\geqslant 1$

c) $4-10x\leqslant 0$

d) $3x+8>-x+1$

e) $-4x-5\leqslant 6x$

f) $\frac{x}{2}+7>3$

g) $5-\frac{x}{4}>11$

h) $\begin{Bmatrix} 8x+9\geqslant 0 \\ -4x-1>0 \end{Bmatrix}$

i) $\begin{Bmatrix} 5-2x\leq 0 \\ 7-x>0 \end{Bmatrix}$

j) $\begin{Bmatrix} 6\mathrm{x}+24<0 \\ 7x+21\geqslant 0 \end{Bmatrix}$

k) $\begin{Bmatrix} -2x+6\leqslant 0 \\ 5x-10>0 \end{Bmatrix}$

2. Fonctions, images, domaines, pré-images

Pour faire simple, nous dirons qu'une fonction de R dans R est une loi qui détermine de manière unique une variable réelle (dite dépendante) à partir d'une autre variable réelle (dite indépendante).

C'est grosso modo la définition donnée au temps d'Euler (18e siècle). Nous ne donnerons pas ici la définition moderne (fin 19e, début 20e) fondée sur la théorie des ensembles.

Exemple 2.1

L'équation $y=\frac{10x}{x^2+1}$ peut être considérée comme une fonction qui détermine la variable y à partir de la variable x.
Chaque valeur de x permet de calculer une valeur de y.

Si x = 1, alors $y=\frac{10\cdot 1}{1^2+1}=5$

Si x = 3, alors $y=\frac{10\cdot 3}{3^2+1}=3$

Si x = −2, alors $y=\frac{10\cdot(-2)}{(-2)^2+1}=-4$

Si x = 7.5, alors $y=\frac{10\cdot 7.5}{7.5^2+1}=1.31$

On peut donner à x n'importe quelle valeur (c'est pour cela qu'on appelle x « variable indépendante ») et la valeur correspondante de y est déterminée par l'équation (c'est pour cela qu'on appelle y « variable dépendante »).

*

Considérons une fonction baptisée f, définie par une équation donnant y à partir de x. L'expression contenant x et permettant le calcul de y est notée f(x) (qui se lit « f de x »).

f(x), pour chaque valeur particulière de x, s'appelle l'image de x par f.

Suite de l'exemple 2.1

On peut écrire $f(x)=\frac{10x}{x^2+1}$ et les résultats obtenus se notent :

f(1) = 5 (l'image de 1 par f vaut 5)
f(3) = 3 (l'image de 3 par f vaut 3)
f(−2) = −4 (l'image de −2 par f vaut −4)
f(7.5) = 1.31 (l'image de 7.5 par f vaut 1.31)

Exercice 3

Soit la fonction $f(x)=2x+1-\frac{4x}{5-x^2}$

Calculer les images de : 3 0 1 −1 −10 7.8

*

Pour chaque fonction, tout x possède au plus une image.

Exemple 2.2

Soit $g(x)=\frac{3}{x-1}$

$$g(2)=\frac{3}{2-1}=3$$
$$g(0)=\frac{3}{0-1}=-3$$
$$g(1)=\frac{3}{1-1}=\frac{3}{0}$$ n'existe pas.

*

L'ensemble des valeurs réelles de x pour lesquelles le calcul de f(x) est possible s'appelle le domaine de f, noté D_f.

Suite de l'exemple 2.2

D_g = tous les nombres réels sauf 1, ce qui est noté :

$$D_g = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

Exemple 2.3

Soit $h(x)=\frac{2}{x^2-9}$

$h(3)=\frac{2}{0}$ n'existe pas

$h(-3)=\frac{2}{0}$ n'existe pas

$D_h = R \setminus \{-3 ; 3\}$

Exemple 2.4

Soit $i(x)=\sqrt{x}$

D_i = [0 ; +∞[

Exemple 2.5

Soit $j(x)=\sqrt{3-2x}$

D_j = { $x\in R$ | $3-2x\geqslant 0$ }

Il faut donc résoudre une inéquation :

$$\begin{aligned}&3-2x\geqslant 0\\&-2x\geqslant -3\\&x\leqslant \frac{-3}{-2}\\&x\leqslant 1.5\end{aligned}$$

D_j =]−∞ ; 1.5]

Exercice 4

Déterminer le domaine de chacune des fonctions suivantes :

$f(x)=\frac{1}{x}$ $g(x)=\frac{4}{x-10}$ $h(x)=\frac{x}{x+10}$ $i(x)=\frac{x-5}{x-6}$

$j(x)=\frac{1}{x(x-3)(x+8)}$ $k(x)=\frac{x-4}{(x-5)(7-x)(x+11)}$ $l(x)=\frac{9x^2}{x^2-25}$

$m(x)=\sqrt{-x}$ $n(x)=\sqrt{7-x}$ $o(x)=\sqrt{2x-9}$ $p(x)=\sqrt{-3x-24}$

*

Considérons une fonction f donnée par l'équation y = f(x).
Pour chaque valeur de x, la valeur correspondante de y est l'image de x.
Inversement, pour chaque valeur de y, les valeurs de x qui ont pour image y s'appellent des pré-images ou des antécédents de y.

Exemple 2.6

$y = k(x) = \sqrt{x-3}$

Les éventuelles pré-images de 5 sont les éventuelles solutions de l'équation :

$5 = \sqrt{x-3}$
$25 = x-3$
$x = 28$

Ainsi 5 a pour unique pré-image 28

Les éventuelles pré-images de −2 sont les éventuelles solutions de l'équation :

$-2 = \sqrt{x-3}$

Cette équation n'a pas de solutions, puisqu'une racine carrée n'a jamais de résultat négatif.
Ainsi −2 n'a pas de pré-images.

Exemple 2.7

$y = l(x) = (x-3)^2 + 1$

Les éventuelles pré-images de 50 sont les éventuelles solutions de l'équation :

$50 = (x-3)^2 + 1$
$(x-3)^2 = 49$
$x-3 = \pm 7$
$x = \pm 7 + 3$
$x = 10$ ou $x = -4$

Ainsi 50 a deux pré-images : 10 et −4

Les éventuelles pré-images de 0 sont les éventuelles solutions de l'équation :

$0 = (x-3)^2 + 1$
$(x-3)^2 = -1$

Cette équation n'a pas de solutions, puisqu'un carré n'a jamais de résultat négatif.
Ainsi 0 n'a pas de pré-images.

Exercice 5

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer les éventuelles pré-images de 5 et de −4

$f(x) = -10x + 3$ $g(x) = x^2 - 3$ $h(x) = \dfrac{2x-7}{x-1}$

*

En résumé, dans une équation de la forme y = f(x),
l'image de a par f s'obtient en remplaçant x par a ;
les éventuelles pré-images de b s'obtiennent en résolvant l'équation b = f(x).

Exercice 6

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer l'image de 10 et les éventuelles pré-images de 10

$f(x)=-2x-3.5$ $g(x)=\sqrt{x}$ $h(x)=x(x-20)$ $i(x)=\dfrac{x}{x-10.0001}$

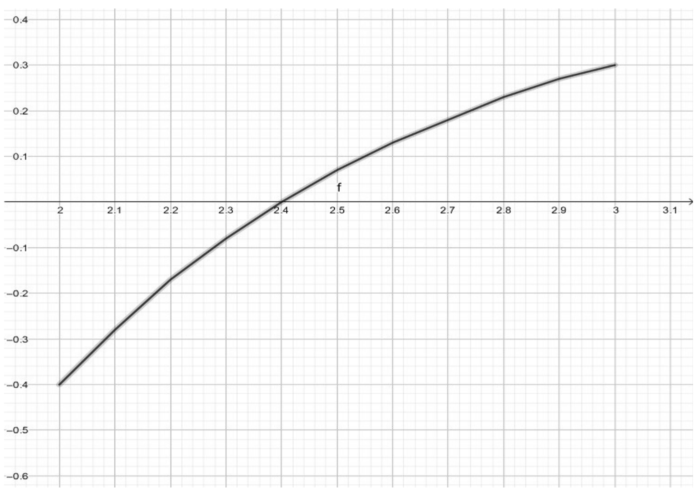
3. Graphes, ordonnée à l'origine, zéros, signe

Le graphe d'une fonction f est l'ensemble des points <x ; y> vérifiant l'égalité y = f(x), disposés dans un repère cartésien (système de deux axes gradués perpendiculaires). L'axe horizontal est consacré aux valeurs de x (les abscisses) et l'axe vertical aux valeurs de y (les ordonnées). En pratique, on ne peut représenter qu'une portion finie de graphe.

Exemple 3.1

Soit $f(x)=\dfrac{5x-12}{x^2+1}$ Comment représenter la portion de son graphe pour $x\in[2;3]$?
L'idée est de former un tableau en choisissant des valeurs régulièrement espacées dans cet intervalle, de calculer l'image par f de chaque valeur, de poser les points sur un repère cartésien et, sous l'hypothèse que la fonction est continue (nous parlerons plus loin de cette notion), de relier ces points par des segments. Si les points sont très nombreux (comme c'est la cas lors d'un calcul par logiciel graphique), les segments sont si courts qu'on ne voit pas leur aspect rectiligne : le graphe présente l'allure d'une courbe. Voyons ce procédé en découpant l'intervalle par dixièmes d'unité.

x	2	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0
f(x)	−0.4	−0.28	−0.17	−0.08	0	0.07	0.13	0.18	0.23	0.27	0.3

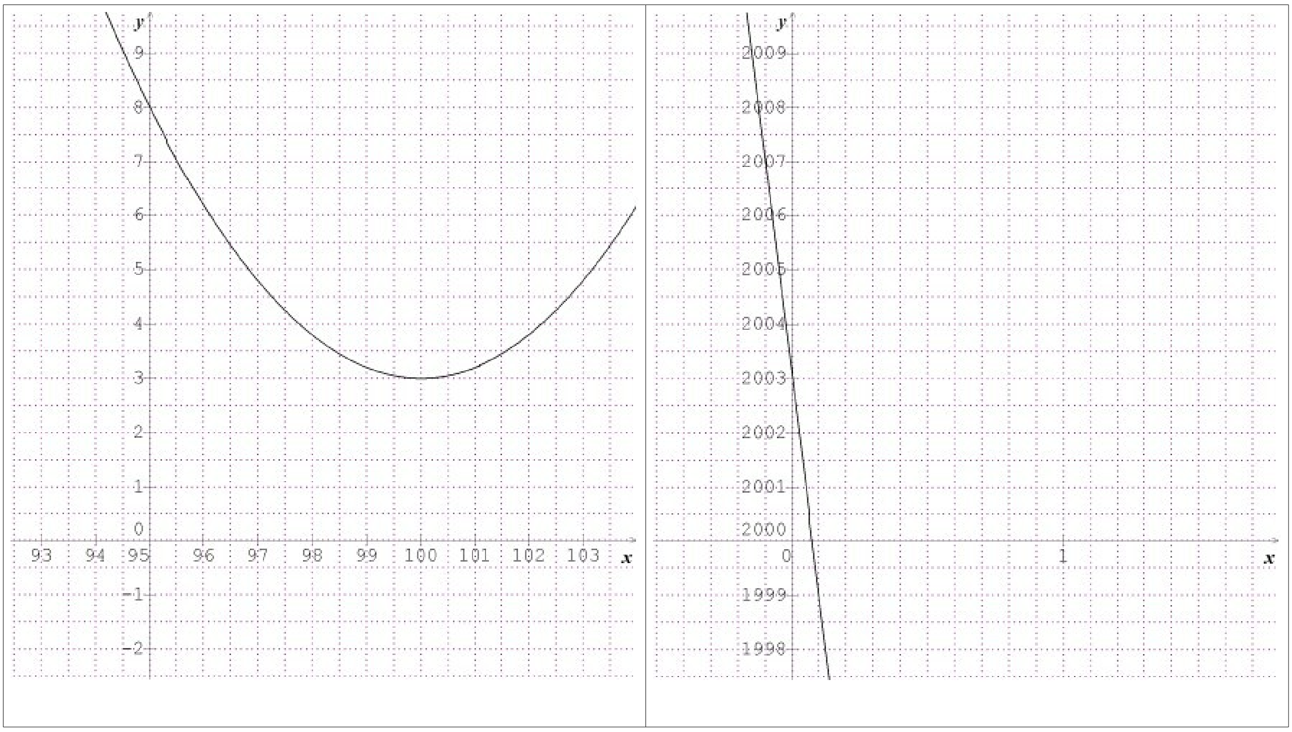


*

Un problème délicat de la représentation graphique est le choix d'un intervalle pour la variation de x. Il est fréquent de choisir un intervalle contenant l'<u>origine</u> (le point <0 ; 0>), mais certaines fonctions peuvent avoir un comportement qui nous intéresse pour des valeurs très éloignées de l'origine.

<u>Exemple 3.2</u>

La fonction $g(x)=0.2\cdot(x-100)^2+3$ est peut-être plus intéressante à représenter graphiquement près de x = 100 que près de x = 0.



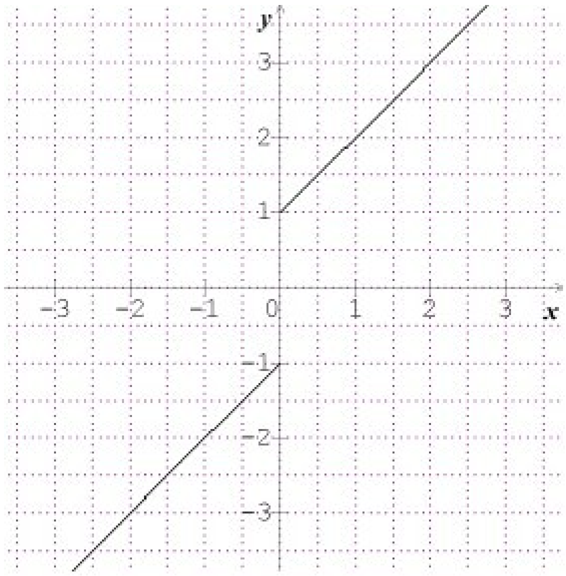
*

Un autre problème délicat est celui de la continuité. Relier les points suppose que la fonction est <u>continue</u>, notion dont la définition rigoureuse est difficile et dépasse le niveau de ce cours ; elle signifie grosso modo que, plus on prend de valeurs régulièrement espacées dans l'intervalle choisi, plus l'ensemble des points se rapproche d'une courbe qu'on peut « tracer sans lever le crayon ».

À l'inverse, une discontinuité est un « saut ».

Exemple 3.3

La fonction $h(x)=\frac{\sqrt{x^2}}{x}+x$ n'est pas définie en 0 et présente un saut, passant de −1 à 1.



h est discontinue en 0.

Exemple 3.4

Même pour une fonction continue, relier les points peut être une opération délicate.

Soit la fonction $H(x)=\sqrt{x}+0.25\cdot\prod_{i=0}^{5}(x-i)$

où $\prod_{i=0}^{5}(x-i)$ désigne le produit des termes de la forme $(x-i)$
pour i prenant successivement les valeurs 0, 1, 2, 3, 4 et 5, autrement dit :

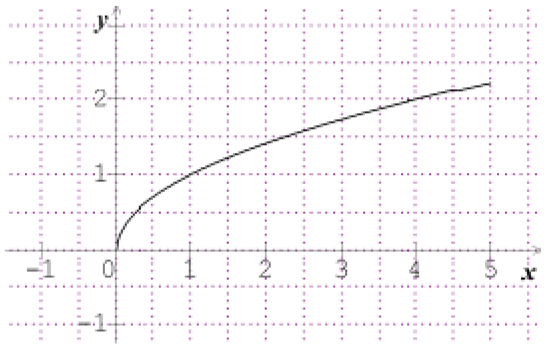
$x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$

Tabulons cette fonction pour x variant de 0 à 5 et traçons son graphe sur l'intervalle [0 ; 5].

Avec une unité comme pas, le tableau donne :

x	0	1	2	3	4	5
H(x)	0	1	1.4	1.7	2	2.2

En reliant les points, nous trouvons une courbe fausse, celle de $y=\sqrt{x}$



La courbe juste est :

Moralité : il est dangereux de relier les points d'une fonction que nous connaissons mal.

Exercice 7

Soit $f(x)=\frac{2x^2-3x}{7-x^2}$ Tracer la portion de son graphe pour $x\in[-2;1]$
(prendre un pas de 0.25)

<u>Exercice 8</u> Compléter le tableau suivant pour $h(x)=\frac{\sqrt{x^2}}{x}+x$

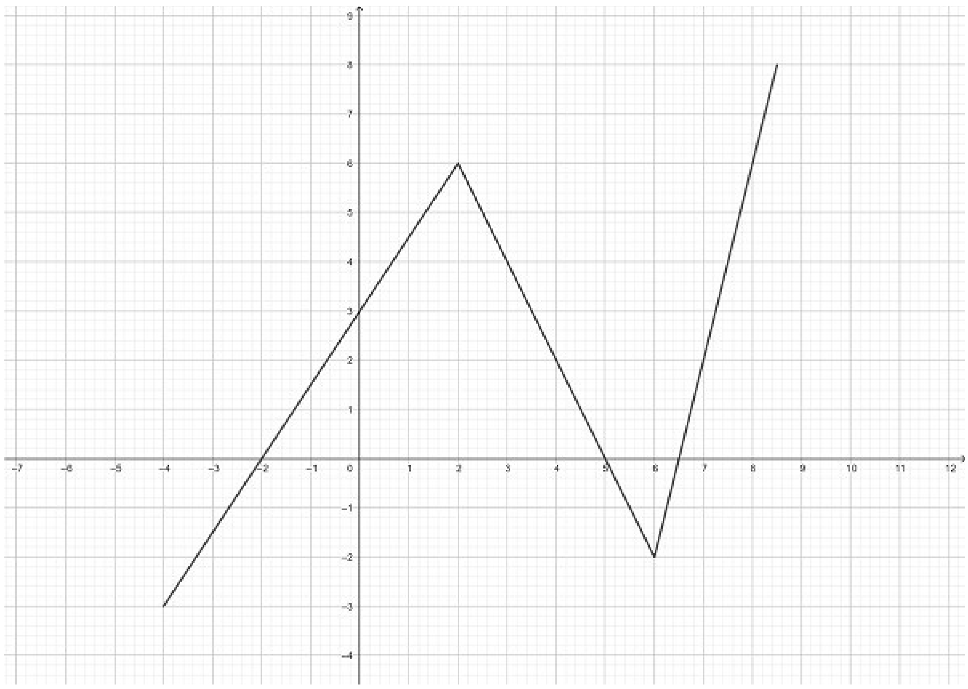
x	−0.5	−0.1	−0.01	−0.001	0.001	0.01	0.1	0.5
h(x)								

*

On peut lire sur un graphe des images et des pré-images.

<u>Exemple 3.5</u>

Soit i la fonction donnée par le graphe suivant :



On a : i(0) = 3 i(−4) = −3 i(2) = 6 i(3) = 4 i(5) = 0

pré-image de −3 : −4
pré-images de 6 : {2 ; 8}
pré-images de 3 : {0 ; 3.5 ; 7.25}
pré-images de 0 : {−2 ; 5 ; 6.5}

*

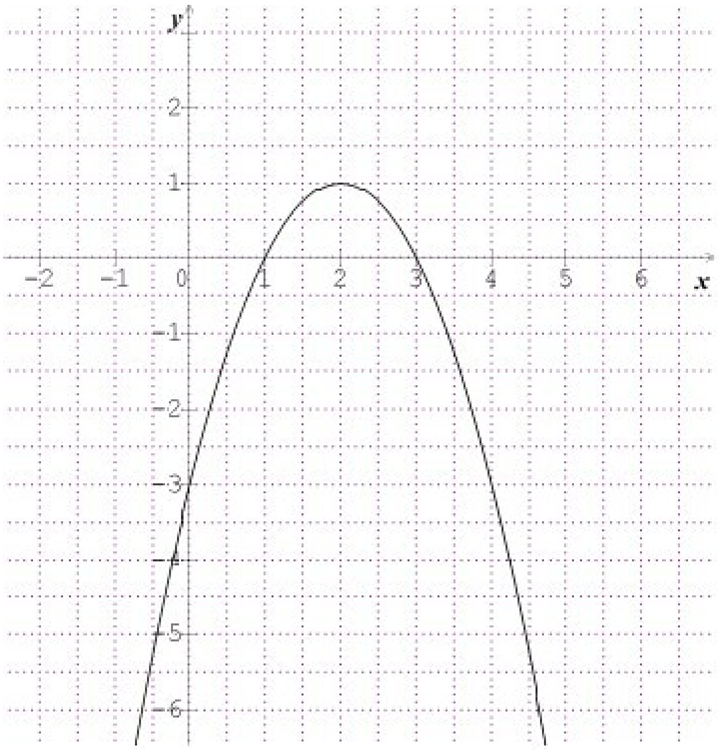
Soit une fonction f.
L'image de 0 s'appelle l'<u>ordonnée à l'origine</u> de f.
Les pré-images de 0 s'appellent les <u>zéros</u> de f.

<u>Suite de l'exemple 3.5</u>

L'ordonnée à l'origine de i est 3
Les zéros de i sont {−2 ; 5 ; 6.5}

<u>Exemple 3.6</u>

Soit $j(x) = 1 - (x-2)^2$



L'ordonnée à l'origine de j est −3.
Les zéros de j sont {1 ; 3}.

*

Sur un intervalle **I**, le signe d'une fonction f est :
- \+ si f(x) > 0 pour tout x dans **I**
- − si f(x) < 0 pour tout x dans **I**

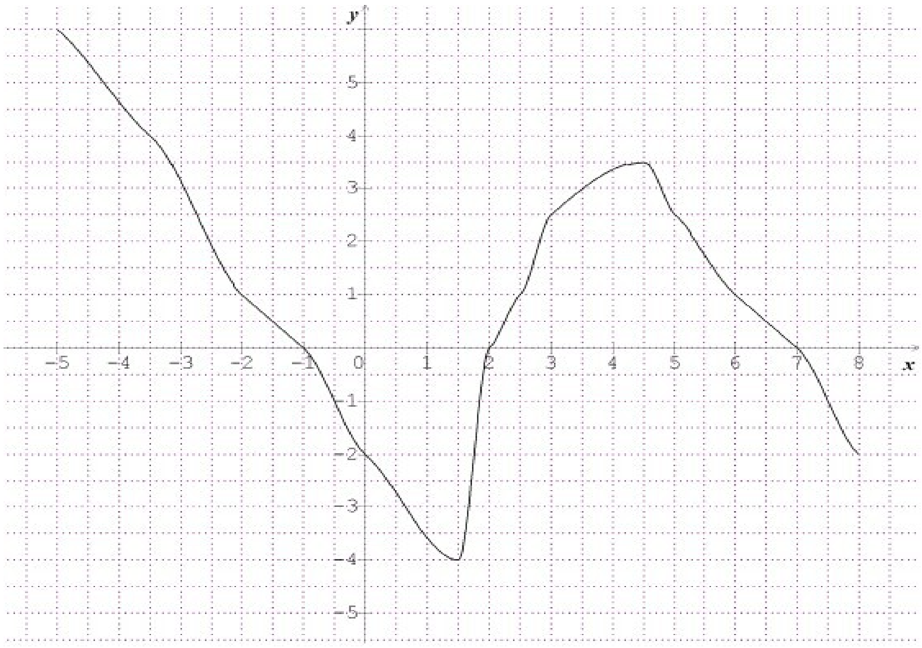
Suite de l'exemple 3.5

Le signe de i est + sur]−2 ; 5[et sur]6.5 ; 8.5]
Le signe de i est − sur [−4 ; −2[et sur]5 ; 6.5[

Suite de l'exemple 3.6

Le signe de j est + sur]1 ; 3[
Le signe de j est − sur]−∞ ; 1[et sur]3 ; +∞[(cela nécessiterait une démonstration que la courbe ne remonte pas quand on va sur la gauche de 1 ou sur la droite de 3)

Exercice 9 Soit f la fonction donnée par le graphique suivant :



a) Donner les images de −5 1 3 5
b) Donner les éventuelles pré-images de 4 1 −3 −4 −5
c) Donner l'ordonnée à l'origine
d) Donner les zéros
e) Préciser le signe sur les différents intervalles appropriés

Exercice 10

Soit $f(x) = -2x^2 - 7x + 9$ Calculer l'ordonnée à l'origine et les zéros.

4. Croissance, extrema, bornes

Une fonction f est dite <u>strictement croissante</u> sur un intervalle ouvert I, si, pour tout $h > 0$ et tout z dans I, avec $z + h$ encore dans I, on a :

$$f(z + h) > f(z)$$

Elle est dite <u>croissante</u> (non strictement) si on remplace > par ≥
Elle est dite <u>strictement décroissante</u> si on remplace > par <
Elle est dite <u>décroissante</u> (non strictement) si on remplace > par ≤

<u>Exemple 4.1</u>

$f(x) = 2x$ est strictement croissante sur R. En effet :

$f(z + h) = 2(z + h) = 2z + 2h > 2z = f(z)$

<u>Exemple 4.2</u>

$g(x) = x^2$ est strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$. En effet :

$g(z + h) = (z + h)^2 = z^2 + 2zh + h^2 > z^2 = g(z)$

<u>Exemple 4.3</u>

$h(x) = 5 - x$ est strictement décroissante sur R. En effet :

$h(z + h) = 5 - (z + h) = 5 - z - h < 5 - z = h(z)$

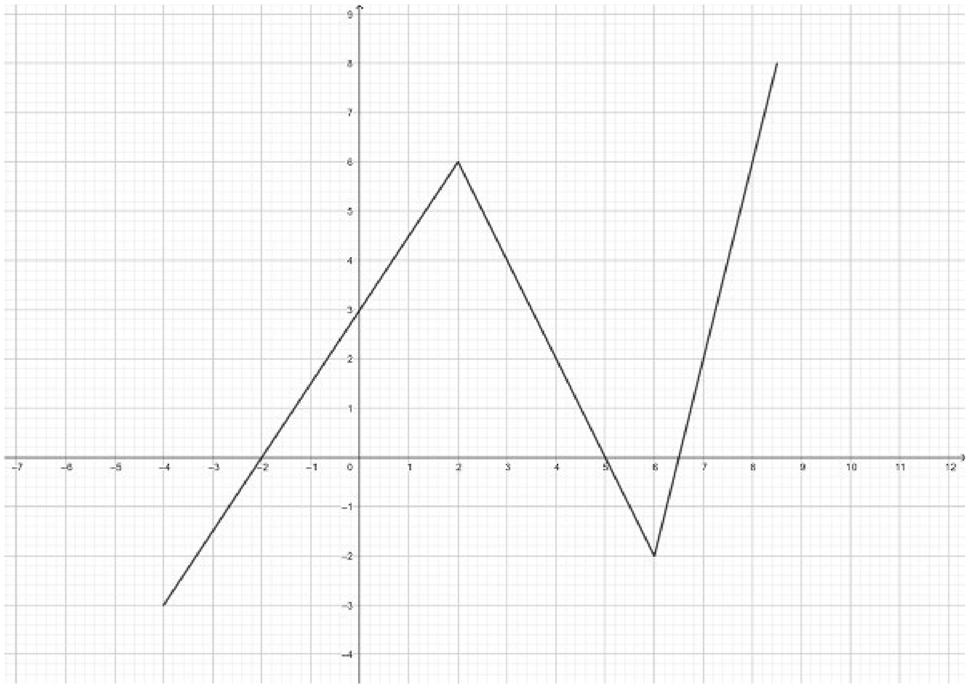
*

Prouver algébriquement la croissance ou la décroissance d'une fonction est souvent assez difficile directement. Cela devient plus facile quand on développe un outil nommé « Dérivée ».

Le graphe d'une fonction strictement croissante monte de gauche à droite.
Le graphe d'une fonction strictement décroissante descend de gauche à droite.

Exemple 4.4

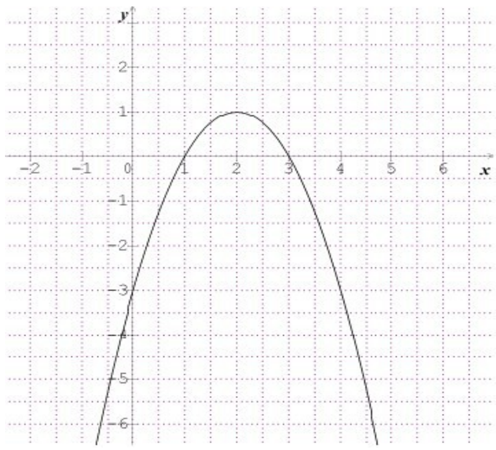
Reprenons la fonction i de l'exemple 3.5



i est strictement croissante sur]−4 ; 2[et sur]6 ; 8.5[
i est strictement décroissante sur]2 ; 6[

Exemple 4.5

Reprenons la fonction $j(x)=1-(x-2)^2$ de l'exemple 3.6



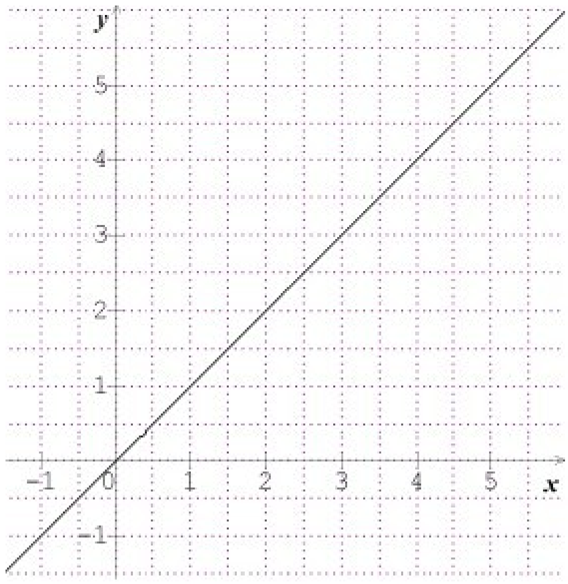
j est strictement croissante sur]−∞ ; 2[
j est strictement décroissante sur]2 ; +∞[
(Cela nécessiterait une démonstration)

Exemple 4.6

Considérons la fonction, assez monstrueuse, définie par :

$$k(x)=x+0.25\cdot\left(1+\frac{|x-3.000001+10^{-20}|}{x-3.000001+10^{-20}}\right)\cdot\left(1+\frac{|-x+3.000001+10^{-20}|}{-x+3.000001+10^{-20}}\right)\cdot\left(8\cdot 10^{20}\cdot\left(x-3.000001-\frac{10^{-20}}{2}\right)^2-2\cdot 10^{-20}\right)$$

Voici une représentation graphique de cette fonction, réalisée grâce à un logiciel :



Cette fonction a l'air croissante sur l'intervalle [0 ; 5]. Mais l'est-elle vraiment ?
Non, car :

$k(3.000001)=3.000001$ est plus grand que $k\left(3.000001+\frac{10^{-20}}{2}\right)=3.000001-1.5\cdot 10^{-20}$

Explication : La fonction f est identique à la droite d'équation $y = x$, sauf sur l'intervalle [$3.000001 - 10^{-20}$; $3.000001 + 10^{-20}$]

*

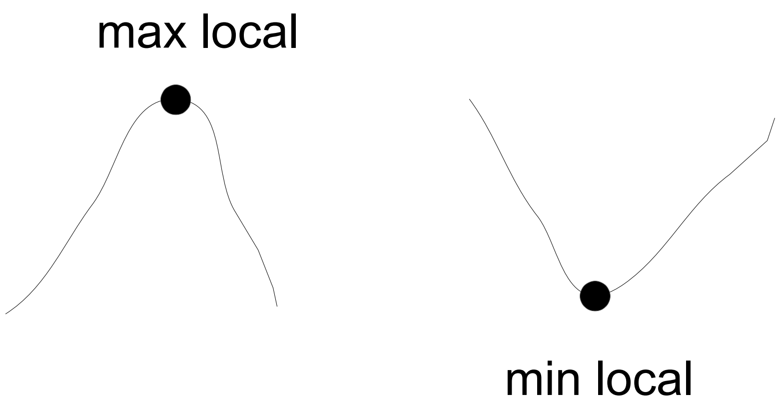
Un extremum local de f est un point <u ; f(u)> tel qu'il existe un intervalle ouvert I dont u est le centre, avec :

f(x) ≤ f(u) pour tout x dans I (on parle alors de maximum local)

ou

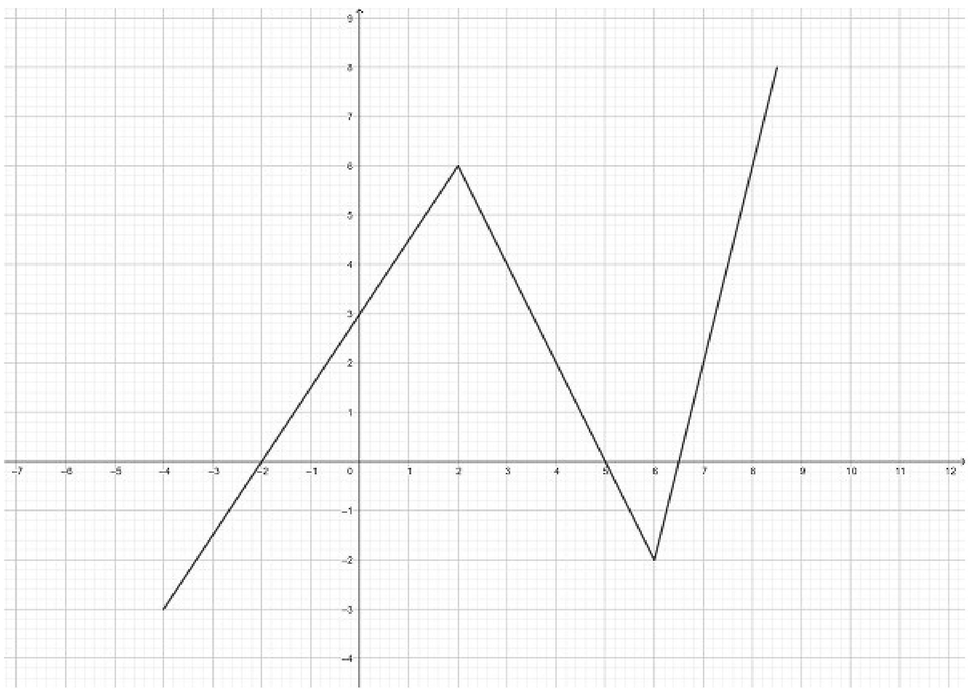
f(x) ≥ f(u) pour tout x dans I (on parle alors de minimum local)

Sur le graphe, si la fonction est continue, cela correspond aux situations suivantes :



Exemple 4.7

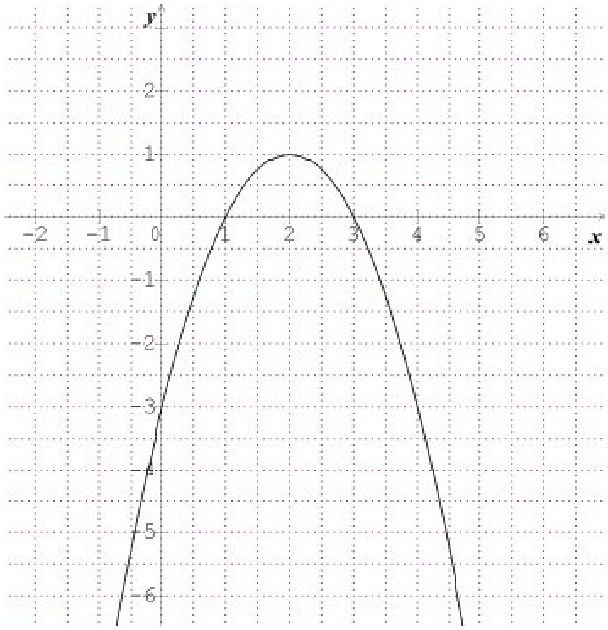
Reprenons la fonction i :



Elle a pour maximum local <2 ; 6> et pour minimum local <6 ; −2>

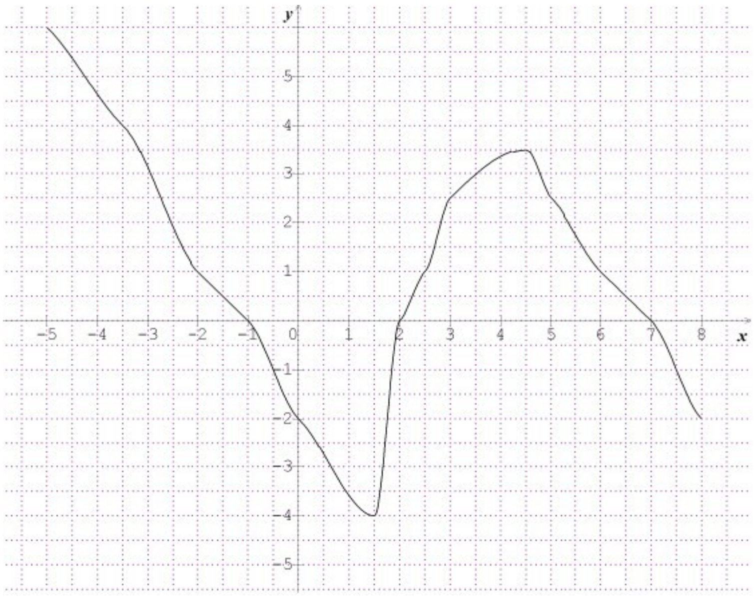
Exemple 4.8

Reprenons la fonction $j(x) = 1-(x-2)^2$



Elle a pour maximum local <2 ; 1>
Dans cet exemple, on peut dire aussi que <2 ; 1> est un maximum global, puisque c'est le point le plus haut de toute la courbe.

Exercice 11 Reprenons la fonction f de l'exercice 9 :



a) Sur quel(s) intervalle(s) cette fonction semble-t-elle strictement croissante ?
b) Sur quel(s) intervalle(s) cette fonction semble-t-elle strictement décroissante ?
c) Donner les extrema locaux et préciser leur nature

*

Une borne supérieure pour une fonction f est une valeur s telle f(x) ≤ s pour tout x dans R.
Une borne inférieure pour une fonction f est une valeur i telle f(x) ≥ i pour tout x dans R.

Une borne peut être atteinte ou non.

Suite de l'exemple 4.8

j possède la borne supérieure 1.5 (qui n'est pas atteinte).
j possède la borne supérieure 1 (qui est atteinte).
j ne possède pas de borne inférieure (une démonstration est nécessaire)

Exemple 4.9

Soit $l(x)=\frac{2x^2}{x^2+1}$

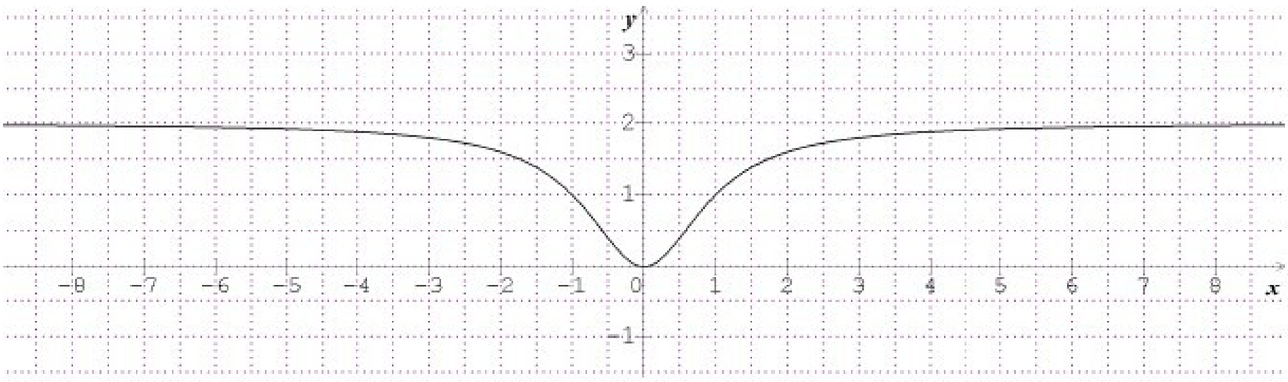
l possède une borne inférieure 0 (qui est atteinte). En effet :

$l(x)\geqslant 0$ puisque $2x^2\geqslant 0$ et $x^2+1\geqslant 1$
et $l(0)=0$

l possède une borne supérieure 2 (qui n'est pas atteinte). En effet :

$$2x^2<2x^2+2\rightarrow 2x^2<2\cdot(x^2+1)\rightarrow\frac{2x^2}{x^2+1}<2$$

Le graphe de l se rapproche toutefois de plus en plus de l'horizontale y = 2, quand x devient grand en valeur absolue.



2 est la plus petite borne supérieure.
La droite y = 2 est ce que nous appelons une asymptote horizontale (nous en reparlerons).

Exercice 12

Soit $f(x) = 1 + 10^{-60} \cdot x^2$

a) Représenter la portion du graphe de f pour $x \in [0\,;10]$
b) Cette fonction est-elle strictement croissante sur]0 ; +∞[?
c) Vérifier que $f(100) > f(10)$
d) Calculer $f(10^{25})$, $f(10^{30})$ et $f(10^{35})$
e) Cette fonction est-elle bornée inférieurement ?
f) Cette fonction est-elle bornée supérieurement ?

Exercice 13

Représenter le graphe d'une fonction continue qui vérifie toutes les conditions suivantes :
♥ les zéros sont −2, 4, 9 et il n'y en a pas d'autres
♥ l'ordonnée à l'origine est 3
♥ il y a un maximum local entre x = −2 et x = 0
♥ il y a un autre maximum local : <6 ; −2>
♥ il y a un minimum local : <7 ; −5> et ce n'est pas le seul
♥ l'image de 11 est 1
♥ la fonction est strictement croissante sur]−3 ; −1.5[, sur]5 ; 6[et sur]7;12[
♥ la fonction est strictement décroissante sur]−1.5 ; 5[et sur]6 ; 7[